

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse suivante : <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques
Niveau supérieur
Épreuve 2

Mercredi 4 novembre 2020 (matin)

Numéro de session du candidat

2 heures

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour les cours de mathématiques NS et de mathématiques complémentaires NS** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[100 points]**.

13 pages

8820–7220

© International Baccalaureate Organization 2020



16EP01

Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

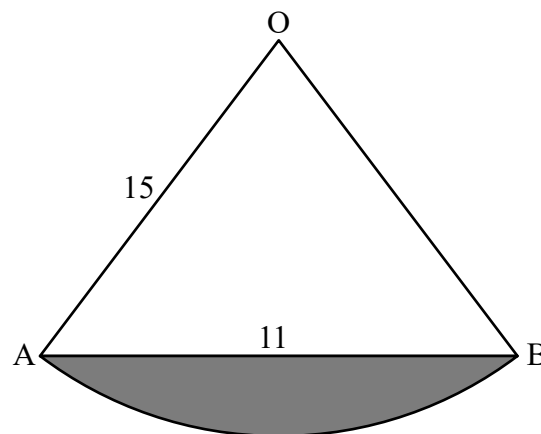
Section A

Répondez à **toutes** les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 5]

Le diagramme suivant montre un secteur OAB dont le rayon mesure 15 cm. La longueur de [AB] est de 11 cm.

la figure n'est pas à l'échelle



Trouvez l'aire de la région grisée.

.....

.....

.....

.....

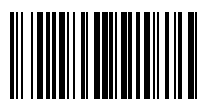
.....

.....

.....

.....

.....



2. [Note maximale : 4]

Jenna est une passionnée de lecture. Le nombre de livres qu'elle lit au cours d'une semaine peut être modélisé par une distribution de Poisson de moyenne 2,6.

Déterminez le nombre espéré de semaines dans une année de 52 semaines, au cours desquelles Jenna lit au moins quatre livres.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

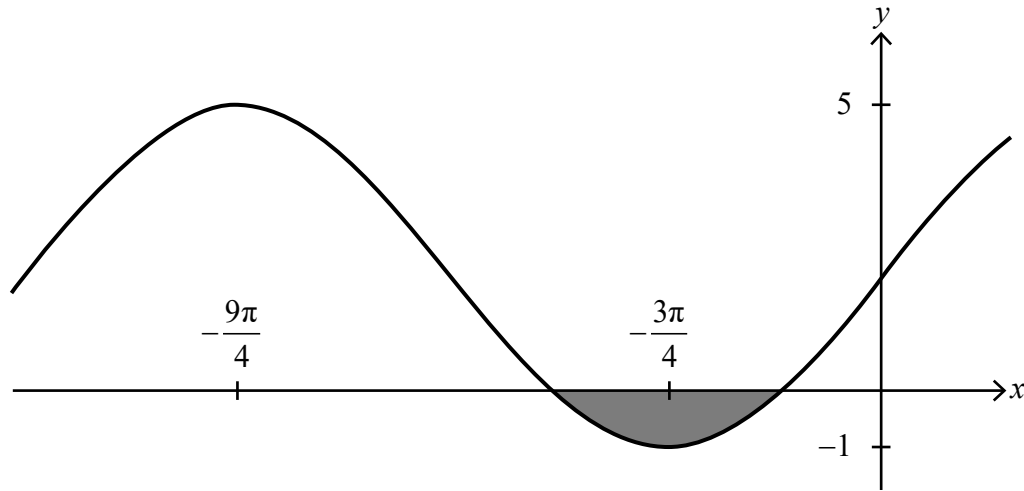


16EP03

Tournez la page

3. [Note maximale : 8]

Le diagramme suivant montre une partie de la représentation graphique de $y = p + q \sin(rx)$. La représentation graphique possède un maximum relatif au point $\left(-\frac{9\pi}{4}; 5\right)$ et un minimum relatif au point $\left(-\frac{3\pi}{4}; -1\right)$.



- (a) Déterminez les valeurs de p , q et r . [4]
- (b) À partir de là, trouvez l'aire de la région grisée. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP04

A large rectangular area containing ten horizontal dotted lines for writing.



16EP05

Tournez la page

4. [Note maximale : 6]

Trouvez le terme indépendant de x dans le développement de $\frac{1}{x^3} \left(\frac{1}{3x^2} - \frac{x}{2} \right)^9$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Note maximale : 7]

Un sondage réalisé auprès de vacanciers britanniques a révélé que 15 % des personnes interrogées ont pris des vacances dans le Lake District en 2019.

(a) Un échantillon aléatoire de 16 vacanciers britanniques a été choisi. Le nombre de personnes dans l'échantillon ayant pris des vacances dans le Lake District en 2019 peut être modélisé par une distribution binomiale.

(i) Indiquez deux hypothèses qui doivent être faites pour que ce modèle soit valide.

(ii) Trouvez la probabilité qu'au moins trois personnes de l'échantillon aient pris des vacances dans le Lake District en 2019. [4]

(b) À partir d'un échantillon aléatoire de n vacanciers, la probabilité qu'au moins un d'entre eux ait pris des vacances dans le Lake District en 2019 est supérieure à 0,999.

Déterminez la plus petite valeur possible de n . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP07

Tournez la page

6. [Note maximale : 7]

Utilisez la récurrence pour prouver que $\frac{d^n}{dx^n}(xe^{px}) = p^{n-1}(px+n)e^{px}$ pour $n \in \mathbb{Z}^+$, $p \in \mathbb{Q}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Note maximale : 7]

Lors d'un rassemblement de douze enseignants, sept sont des hommes et cinq sont des femmes. Un groupe de cinq de ces enseignants vont prendre un repas ensemble. Déterminez le nombre possible de groupes dans chacune des situations suivantes :

- (a) Il y a plus d'hommes que de femmes dans le groupe. [4]
- (b) Deux des enseignants, Gary et Gerwyn, refusent d'aller prendre un repas ensemble. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP09

Tournez la page

8. [Note maximale : 6]

Une petite perle peut se déplacer librement le long d'un fil métallique lisse ayant la forme de la courbe $y = \frac{10}{3 - 2e^{-0,5x}} (x \geq 0)$.

(a) Trouvez une expression pour $\frac{dy}{dx}$. [3]

Au point sur la courbe où $x = 4$, on sait que $\frac{dy}{dt} = -0,1 \text{ m s}^{-1}$.

(b) Trouvez la valeur de $\frac{dx}{dt}$ exactement à ce même instant. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

Section B

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

9. [Note maximale : 14]

Les poids, en grammes, de paquets de café individuels peuvent être modélisés par une distribution normale de moyenne 102 g et d'écart type 8 g.

- (a) Trouvez la probabilité qu'un paquet choisi au hasard ait un poids inférieur à 100 g. [2]
- (b) La probabilité qu'un paquet choisi au hasard ait un poids supérieur à w grammes est de 0,444. Trouvez la valeur de w . [2]
- (c) Un paquet est choisi au hasard. Étant donné que le paquet a un poids supérieur à 105 g, trouvez la probabilité qu'il ait un poids supérieur à 110 g. [3]
- (d) À partir d'un échantillon aléatoire de 500 paquets, déterminez le nombre espéré de paquets dont le poids se situerait à moins de 1,5 écart type de la moyenne. [3]
- (e) Les paquets sont livrés aux supermarchés par lot de 80. Déterminez la probabilité qu'au moins 20 paquets d'un lot choisi au hasard aient un poids inférieur à 95 g. [4]



16EP11

Tournez la page

N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

10. [Note maximale : 16]

L'équation du plan Π_1 est $3x - y + z = -13$ et l'équation vectorielle de la droite L est

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}.$$

(a) Étant donné que L coupe Π_1 au point P, trouvez les coordonnées de P. [4]

(b) Trouvez la distance la plus courte du point $O(0; 0; 0)$ au plan Π_1 . [4]

Le plan Π_2 contient le point O et la droite L .

(c) Trouvez l'équation de Π_2 , en donnant votre réponse sous la forme $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n} = d$. [3]

(d) Déterminez l'angle aigu entre Π_1 et Π_2 . [5]



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

11. [Note maximale : 20]

Une particule P se déplace en ligne droite de sorte qu'après un temps de t seconde, sa vitesse, v en m s^{-1} , est donnée par $v = e^{-3t} \sin 6t$, où $0 < t < \frac{\pi}{2}$.

(a) Trouvez les instants où P est au repos. [2]

À l'instant t , le déplacement de P est $s(t)$; à l'instant $t = 0$, $s(0) = 0$.

(b) Trouvez une expression pour s en fonction de t . [7]

(c) Trouvez le déplacement maximal de P , en mètre, à partir de sa position initiale. [2]

(d) Trouvez la distance totale parcourue par P lors des 1,5 première seconde de son mouvement. [2]

Aux instants successifs où l'accélération de P est de 0 m s^{-2} , les vitesses de P forment une suite géométrique. L'accélération de P est nulle aux instants t_1, t_2, t_3 , où $t_1 < t_2 < t_3$ et les vitesses respectives sont v_1, v_2, v_3 .

(e) (i) Montrez que, à ces instants, $\tan 6t = 2$.

(ii) À partir de là, montrez que $\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_2} = -e^{-\frac{\pi}{2}}$. [7]



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



16EP14

Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



16EP15

Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



16EP16